

# SABR モデルと後決め複利 RFR Caplet のプライシング

2021 年 5 月 11 日 (火) から全 6 回、ZOOM オンライン講座

## OTC クオンツスクール

キーワード : Cap/Floor, Steady SABR Model, Dynamic SABR Model, Hagan Approximation, Volatility Smile, Perturbation Theory, Asymptotic Expansion, LIBOR Fallback, Risk-free Rate(RFR), Compound RFR Caplet, 1-Period RFR Swaption, Parameter Averaging,

英国のリスクフリーレート・ワーキンググループが 2 月に GBP LIBOR ICE スワップレートのフォールバックを、3 月に米国の ARRC が USD LIBOR ICE スワップレートのフォールバックの案を提示した。これで、非線形デリバティブの関する IBOR フォールバックがようやく動き出す。

相対デリバティブで参照される 5 通貨の LIBOR は、調整 RFR+スプレッド調整値へとフォールバックされた。これは、相対取引のキャップ・フロアの金利オプションで参照される LIBOR でも同じである。LIBOR フォールバックで最も評価上の設定が変わってしまうのは、Cap/Floor やその構成要素である Caplet/Floorlet であろう。もともとの LIBOR Caplet は LIBOR が前決めの金利であることから、オプション満期は LIBOR が決まるとき（計算期間のスタート日のロンドン 2 営業日前）であったが、LIBOR が調整 RFR+スプレッド調整値に代替されれば、オプション満期は計算期間のエンド日の 2 営業日前となる。また、後決め複利 RFR が現物商品やデリバティブで最も主要な変動金利となれば、そのオプションである RFR Caplet/floorlet も新規取引として活発に取引されるであろう。RFR Caplet は計算期間のはいると ON の RFR が徐々に決まることから調整 RFR のフォワードレート・ボラティリティーがだんだんと減少して最後にはゼロとなる特性を持つ。

6 回の連続セミナーでは、SABR での後決め RFR Caplet プライシングの完全導出を目指す。まず、復習としていままでの LIBOR スワップション、LIBOR Caplet、また、新しい RFR スワップションやターム物 RFR の Caplet に使われるパラメータが一定な Steady SABR の Hagan 近似式の完全導出を行う。その後、後決め RFR Caplet プライシングのために、時間に依存するボラティリティーをもつ Dynamic SABR モデルでの限界確率密度関数の満たす 1 次の実効前進偏微分方程式の導出を行う。方程式の係数が時間に依存するため、Effective Medium Approach を使って、時間に依存しないパラメータで記述され

る限界確率密度関数の満たす 1 次の実効前進偏微分方程式導く。これを Steady SABR の限界確率密度関数の満たす 1 次の実効前進偏微分方程式と比べることで、時間に依存するボラティリティをもつ Dynamic SABR モデルの近似解を Steady SABR モデルのパラメータで表すことができる。この結果を使うと、後決め RFR Caplet は Steady SABR でいままで通りのプライシングができ、期間スタート日に権利行使する 1 期間スワップシヨンの比較もできる。まず、最初に漸近展開や接道定理等の数学の準備をして、本題にはいることにする。

## セミナー対象者

- ・ 金融機関に勤務するクオンツ、トレーダー
- ・ 金融機関のデリバティブ、ALM、リスク管理等の関係部署の方
- ・ デリバティブ業務等の監査に携わる方、金融商品の評価業務に携わる方
- ・ デリバティブ、金融リスク関係のシステム構築に携わる方
- ・ 微分積分の計算に抵抗のない方

## 講義日程

第1回	第2回	第3回	第4回	第5回	第6回
5/11 (火)	5/18 (火)	5/25 (火)	6/1 (火)	6/8 (火)	6/15 (火)

時間： 18:00 – 21:00

会場： Zoom によるオンライン

定員： 25 名（申し込み人数が定員になった時点で締め切らせていただきます）

## 担当講師

高田勝己（株式会社 Diva Analytics 代表取締役）

平成元年、一橋大学経済学部卒業。日本債券信用銀行 資金証券部、さくら銀行 商品開発部、コムツ証券会社 債券部トレーディングデスク で金利、為替レート、株式、クレジットのクオンツを務める。ヘアースターズ・ジャパン 債券部 で金利・為替エキゾチック・トレーダー、RBC(Royal Bank of Canada) キャピタルマーケット・ジャパン デリバティブ・トレーディングデスクでヘッドトレーダーを経て、現在、株式会社 Diva Analytics にてデリバティブ、XVA、規制資本のモデル及び LIBOR から RFR への移行に関するシステム開発とコンサルティングに従事する。東京大学大学院経済学研究科で非常勤講師を務め、デリバティブモデルの C++でのプログラミングを担当。

シカゴ大学 MBA Analytic Finance 専攻。東京大学大学院 数理学科研究科 後期博士課程単位取得退学。

## 受講料

300,000円（税抜）

学生割引：フルタイムの学生は50%の受講料で受講できます。

## お申込み

OTC クオオンツスクールのホームページ <https://www.divainvest.jp> から申し込んでください。

## 講義内容

### 第 1 回 SABR モデル近似公式導出のための数学準備

- ・ 漸近展開
- ・ 摂動定理
- ・ 常微分方程式
- ・ 偏微分方程式
- ・ 確率微分方程式
- ・ Kolmogorov の前進方程式と後進方程式
- ・ Tanaka' s formula

### 第 2 回 第 3 回 Steady SABR 近似公式の完全導出

- ・ Shifted SABR モデルの挙動
- ・ Small-time Expansion
- ・ ローカルタイムとオプションプライシング
- ・ 推移確率密度関数の満たす Kolmogorov の上向方程式
- ・ 摂動定理の後進偏微分方程式への応用
- ・ Shifted SABR モデルのオプション価格の算出
- ・ Equivalent Normal Volatility の算出
- ・ Equivalent Shifted Lognormal Volatility の算出

### 第 4 回 第 5 回 Dynamic SABR モデルと Parameter Averaging

- ・ Dynamic SABR
- ・ 限界確率密度関数の満たす有効 1 次前進偏微分方程式
- ・ Effective Medium Approach
- ・ Steady SABR へのマッピング

### 第 6 回 後決め複利 RFR Caplet・Floorlet の SABR モデルでのプライシング

- ・ 1 期間 RFR Swaption と後決め複利 RFR Caplet
- ・ Bottom-Up アプローチ
- ・ Top-down アプローチ
- ・ Piterbarg (2020) の方法 (注 1)
- ・ Willens (2020) の方法 (注 2)
- ・ 算術平均 FRF の caplet

(注 1) V. Piterbarg, Interest Rates Benchmark Reform and Options Market, July 2020

(注 2) S.Willems, SABR , April 2020Smiles for RFR Caplets

(注 3) 講義内容は見直し等により変更になる場合があります。